



J O U R N É E S S P H E R E - L D A R

VARIATIONS EN HISTOIRE ET DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Variations in History and Didactics of Mathematics

<http://www.sphere.univ-paris-diderot.fr/spip.php?article2600>

13 octobre, 15h30–18h30, Université de Paris,
salle Valentin, 454A, bâtiment Condorcet, 75013 Paris

Organisation : Charlotte de Varent (SPHERE) et Nicolas Decamp (LDAR)

CONTEXTE

Cette journée d'étude, la deuxième sur ce thème, s'intéressera aux variations dans les textes anciens ainsi que dans les pratiques actuelles d'enseignement. Le 13 mars 2017, date du premier volet d'étude, nous nous étions en effet centrés en histoire sur les séries de problèmes qui présentent de « petites variations » : des problèmes possédant un modèle commun, de solution ou d'énoncé. Alain Bernard, historien des mathématiques, avait posé la question de la limite entre « ressemblance forte » et « caractère disparate » dans les séries de problèmes en histoire. Marie-Jeanne Perrin, didacticienne des mathématiques, avait apporté un éclairage didactique sur les notions de variable didactique et d'assortiment (Esmenjaud-Genestoux, 2001 *), notions qui ont été ensuite réutilisées par Charlotte de Varent didacticienne et historienne des mathématiques, dans l'analyse historique de textes anciens en cunéiforme. Celle-ci avait évoqué la question d'éventuelles intentions pédagogiques dans le choix de valeurs numériques, dans des problèmes mathématiques anciens comportant des énoncés très similaires. Katalin Gosztonyi, didacticienne et historienne des mathématiques, avait présenté une étude de cas, autour des travaux du pédagogue hongrois Varga. Elle avait introduit la problématique de l'utilisation de la notion de « variables didactiques » dans un texte présentant à la fois un caractère historique et une réflexion sur l'éducation. Pascal Crozet, historien des mathématiques, avait enfin abordé des précautions dans l'analyse historique en étudiant le sujet de séries de problèmes comportant de plus « grandes variations ». Le propos de cette nouvelle journée est d'étendre encore davantage notre étude dans deux directions qui s'enrichissent mutuellement de façon interdisciplinaire, en histoire des sciences et en didactique.

* Esmenjaud-Genestoux, F. (2001). Médiation entre la classe et le travail à la maison : le rôle des assortiments. In *Actes du Séminaire national de Didactique des Mathématiques*, équipe DIDIREM, Université Paris 7, Paris

RÉSUMÉ

Premièrement, nous aborderons la question des variations du point de vue des analyses historiques, dans les séries de problèmes, approche développée notamment dans le cadre du projet HASTEC. Il sera question, avec Alain Bernard, de la façon dont ces problèmes comportant des variations ont engagé le groupe à développer diverses méthodologies pour analyser historiquement les textes dans le contexte particulier des séries de problèmes. Katalin Gosztonyi a porté l'analyse en histoire de l'enseignement jusqu'à un groupe de travail avec des enseignants inspirés par Varga, en relation avec leurs pratiques des séries de problèmes. En étudiant la façon dont les enseignants qui suivent cette approche organisent leurs trajectoires, elle développe des outils pour accéder à leurs choix implicites, à la croisée de l'histoire et de l'analyse de pratiques. Les analyses historiques de Katalin Gosztonyi et Charlotte de Varent les ont donc conduites à s'intéresser à différents outils méthodologiques en didactique. Une rencontre avec Luxizi Zhang et Luc Trouche le 7 Janvier 2019 à Lyon a ensuite amené le groupe à partager différentes approches des variations, rencontrées en didactique et en histoire. Certaines seront présentées par Luxizi Zhang autour des approches chinoises et françaises, à la fois sur le plan théorique et en lien avec les pratiques enseignantes. Luc Trouche réunira différents points de vue d'analyse des variations dans une communication de synthèse qui permettra une réflexion méthodologique et théorique, tout en faisant le lien avec la pratique ; abordant par la question de la variation, les relations des enseignants aux ressources.

PROGRAMME

Alain BERNARD (UPEC, Centre Koyré et HASTEC)

Le projet de recherche "séries de problèmes" : pourquoi et comment

Dans le cadre du projet de recherche historique et anthropologique « série de problèmes » développé dans le cadre de HASTEC (pour plus de détails, voir les contributions dans la version en ligne), nous avons porté notre attention, parmi d'autres recueils de problèmes ou de questions, sur des traités à contenu mathématique. À cette fin, nous avons développé diverses méthodologies pour analyser ces textes, axées sur leur organisation, leur intentionnalité (lorsqu'elle est présente ou démontrable) et leur objectif. Compte tenu de la particularité des textes et de la diversité de leurs contextes culturels, chaque texte étudié mérite généralement sa propre approche, même s'il existe des problèmes communs à tous. Je prendrai comme exemple celui la manière dont on peut aborder dans cette optique le traité des *Eléments de Géométrie* de Clairaut (1741), que Katalin Gosztonyi et moi-même avons étudié.

Bernard, Alain, Jean Christianidis, Giovanna Cifoletti, Jean-Marie Coquard, Katalin Gosztonyi, Stéphane Lamassé, Caroline Macé, et al. Les séries de problèmes, un genre au carrefour des cultures. Édité par Alain Bernard. Vol. 22, 2015.

– <http://www.shs-conferences.org/articles/shsconf/abs/2015/09/contents/contents.html>.

– Bernard, Alain (2022 ?) «Les *Eléments de géométrie* de Clairaut : rupture ou héritage» ?

à paraître dans *Philosophia Scientiae*, n° thématique «Patrimonialisation en mathématiques (18^e-21^e siècles)»

Katalin GOSZTONYI (Université Eötvös Loránd de Budapest, Mathematics Teaching and Education Centre)

Séries de problèmes dans l'enseignement des mathématiques hongrois : traditions écrites et pratiques enseignantes

Les séries ordonnées de problèmes jouent un rôle crucial dans l'approche hongroise de l'enseignement par démarche inductive. Les enseignants qui suivent cette approche organisent leurs trajectoires d'enseignement sur la base de problèmes liés entre eux de différentes manières et ordonnés selon des choix didactiques complexes. Cependant, la logique derrière cette structuration reste implicite dans la plupart des cas. Pour révéler ces éléments cachés, j'ai analysé d'une part des documents historiques de la culture mathématique et de l'enseignement des mathématiques hongrois, qui illustrent différents principes possibles de l'organisation de séries de problèmes. D'autre part, j'analyse les processus de documentation des enseignants, en développant des outils pour accéder à leurs choix implicites.

Luxizi ZHANG (S2HEP, ENS de Lyon et ECNU, Shanghai)

Des variations potentielles aux variations pratiques dans l'enseignement des fonctions à travers une série de problèmes : approche contrastée des cas chinois et français

Le fait d'enseigner et apprendre les mathématiques par la variation a une longue histoire en Chine et est utilisé consciemment ou inconsciemment par les enseignants (Bao et al., 2003). Pour comprendre et analyser la situation de l'enseignement par la variation en France et en Chine, nous avons proposé un modèle de variation basé sur différents cadres théoriques, en particulier (Brousseau, 1986 & Gu et al., 2004) et nous avons mis à l'épreuve ce modèle en étudiant le travail documentaire des enseignants pour l'enseignement des fonctions numériques. Le but de cette étude est de mieux comprendre le rôle des variations dans l'enseignement des mathématiques, en accordant une attention particulière à la conception des ressources (Trouche, et al., 2019). Nous étudierons la transformation de la variation potentielle en variation pratique, en visant l'amélioration de l'efficacité de l'enseignement. Dans ce séminaire, à travers l'analyse et la comparaison de deux épisodes de classe (un en Chine et un en France), nous nous sommes concentrés sur la manière dont les enseignants peuvent utiliser la variation pour les aider à concevoir une série de problèmes mathématiques adaptés à leurs objectifs pédagogiques.

– Bao, J., Huang, R., Yi, L., Gu, L. (2003). Continued study of "Bianshi Jiaoxue" [Teaching with variation].

Mathematics Teaching, 2, 6-10.

– Brousseau, G. (1986). "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques",

Recherches en didactique des mathématiques, 7(2), La pensée sauvage.

– Gu, L., Huang, R., Marton, F. (2004). "Teaching with variation : A Chinese way of promoting effective mathematics learning".

In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics : Perspectives from insiders* (pp. 309–347). Singapore : World Scientific.

– Gueudet, G., Trouche, L. (2009). "Towards new documentation systems for mathematics teachers?"

Educational Studies in Mathematics, 71(3), 199-218.

– Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B. (2019). *The 'resources' approach to mathematics education* (Eds.).

Springer series Advances in Mathematics Education. Cham : Springer.

Luc TROUCHE (S2HEP, ENS de Lyon)

Les variations au cœur du travail documentaire du professeur

La notion de variable didactique (Brousseau 1998) est au cœur de la théorie des situations, et des approches didactiques de l'enseignement des mathématiques en France. Elle permet de comprendre les éléments, dans la formulation des problèmes posés aux élèves, dont le changement peut influencer sur leur activité, et donc sur les apprentissages

liés (De Varent 2018). Nous proposerons, dans cet exposé, d'aborder les variations sous un angle plus large, en relation avec la culture chinoise des variations dans l'enseignement des mathématiques (Zhang 2019) : les variations dans la résolution d'un même problème comme source d'approfondissement conceptuel (Trouche et al. 1998) ; et les variations dans le travail documentaire des professeurs, via les processus d'instrumentation et d'instrumentalisation (Trouche et al. 2020) qui jouent respectivement sur l'organisation de leur travail et sur l'organisation de leurs ressources.

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- De Varent, C. (2018). *Pluralité des concepts liés aux unités de mesure : liens entre histoire des sciences et didactique, le cas de l'aire du carré dans une sélection de textes anciens*. Thèse Université Sorbonne Paris Cité <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02411352/document>.
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). Documentational approach to didactics. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd edition, pp. 307-313). Cham : Springer.
doi : 10.1007/978-3-319-77487-9_100011-1
- Trouche, L. et 37 élèves d'une classe de terminale S (1998). *Faire des mathématiques avec des calculatrices symboliques, conjecturer et prouver. 37 variations sur un thème imposé*, IREM, Université Montpellier 2.
- Zhang, L. (2019). *Potential, actual and practical variations for teaching functions : Cases study in China and France*. Proceedings of the Varga 100 Conference. Budapest, Hungary.

Informations pratiques

Bâtiment Condorcet, Université de Paris, campus des Grands Moulins,
4, rue Elsa Morante, 75013 - Paris (plan).

Metro : lignes 14 and RER C, arrêt : Bibliothèque François Mitterrand
ou ligne 6, arrêt : Quai de la gare.

Bus : 62 and 89 (arrêt : Bibliothèque rue Mann), 325 (arrêt : Watt),
64 (arrêt : Tolbiac-Bibliothèque François Mitterrand)